

**MATEMÁTICAS II**

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corruxirán as 5 primeiras respondidas**.

**1. Números e Álgebra:**

Sexan  $A$  e  $B$  as dúas matrices que cumpren  $A + B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  e  $A - B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ . Pídese:

- Calcular  $A^2 - B^2$ . (Advertencia: neste caso,  $A^2 - B^2 \neq (A + B)(A - B)$ .)
- Calcular a matriz  $X$  que cumpre a igualdade  $XA + (A + B)^T = 2I + XB$ , sendo  $I$  a matriz identidade de orde 2 e  $(A + B)^T$  a trasposta de  $A + B$ .

**2. Números e Álgebra:**

Discuta, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema: 
$$\begin{cases} mx + y = 2m, \\ x + z = 0, \\ x + my = 0. \end{cases}$$

**3. Análise:**

a) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{1 + 2x - e^{2x}}$ .

b) Determine os intervalos de crecemento e de decrecemento de  $f(x) = x(\ln x - 1)$ . Calcule, se existen, os máximos e mínimos relativos da función  $f$ .

**4. Análise:**

a) Calcule os valores de  $b$  e  $c$  para que a función  $f(x) = \begin{cases} e^{2x} & \text{se } x \leq 0, \\ x^2 + bx + c & \text{se } x > 0 \end{cases}$  sexa, primeiro continua, e logo derivable en  $x = 0$ .

b) Calcule  $\int_1^2 x(\ln x - 1) dx$ .

**5. Xeometría:**

a) Obteña a ecuación implícita ou xeral do plano que pasa polos puntos  $A(3,0,-1)$ ,  $B(4,1,1)$  e  $C(7,1,5)$ .

b) Obteña as ecuacións paramétricas da recta  $r$  que é perpendicular ao plano  $\pi: 4x + 2y - 3z - 15 = 0$  e que pasa polo punto  $P(-1, -2, 2)$ .

**6. Xeometría:**

Estude a posición relativa das rectas  $r$  e  $s$  definidas polas ecuacións  $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$  e  $s: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{3}$ . Se se cortan, calcule o punto de corte.

**7. Estatística e Probabilidade:**

Selecciónanse 250 pacientes para estudar a eficacia dun novo medicamento. A 150 deles adminístraselles o medicamento, mentres que o resto son tratados cun placebo. Sabendo que se curaron o 80% dos que tomaron o medicamento, cal é a probabilidade de que, seleccionado un paciente ao azar, tomase o placebo ou non curase?

**8. Estatística e Probabilidade:**

Nunha cadea de montaxe, o tempo empregado para realizar un determinado traballo segue unha distribución normal de media 20 minutos e desviación típica 4 minutos. Calcule a probabilidade de que se faga ese traballo nun tempo comprendido entre 16 e 26 minutos.

**MATEMÁTICAS II**

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde a más preguntas de las permitidas, **solo se corregirán las 5 primeras respondidas**.

**1. Números y Álgebra:**

Sean  $A$  y  $B$  las dos matrices que cumplen  $A + B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $A - B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ . Se pide:

- Calcular  $A^2 - B^2$ . (Advertencia: en este caso,  $A^2 - B^2 \neq (A + B)(A - B)$ .)
- Calcular la matriz  $X$  que cumple la igualdad  $XA + (A + B)^T = 2I + XB$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2 y  $(A + B)^T$  la traspuesta de  $A + B$ .

**2. Números y Álgebra:**

Discuta, según los valores del parámetro  $m$ , el siguiente sistema: 
$$\begin{cases} mx + y = 2m, \\ x + z = 0, \\ x + my = 0. \end{cases}$$

**3. Análisis:**

a) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{1 + 2x - e^{2x}}$ .

b) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f(x) = x(\ln x - 1)$ . Calcule, si existen, los máximos y mínimos relativos de la función  $f$ .

**4. Análisis:**

a) Calcule los valores de  $b$  y  $c$  para que la función  $f(x) = \begin{cases} e^{2x} & \text{si } x \leq 0, \\ x^2 + bx + c & \text{si } x > 0 \end{cases}$  sea, primero continua, y luego derivable en  $x = 0$ .

b) Calcule  $\int_1^2 x(\ln x - 1) dx$ .

**5. Geometría:**

a) Obtenga la ecuación implícita o general del plano que pasa por los puntos  $A(3,0,-1)$ ,  $B(4,1,1)$  y  $C(7,1,5)$ .

b) Obtenga las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  que es perpendicular al plano  $\pi: 4x + 2y - 3z - 15 = 0$  y que pasa por el punto  $P(-1, -2, 2)$ .

**6. Geometría:**

Estudie la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$  definidas por las ecuaciones  $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$  y  $s: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{3}$ .

Si se cortan, calcule el punto de corte.

**7. Estadística y Probabilidad:**

Se seleccionan 250 pacientes para estudiar la eficacia de un nuevo medicamento. A 150 de ellos se les administra el medicamento, mientras que el resto son tratados con un placebo. Sabiendo que se curaron el 80% de los que tomaron el medicamento, ¿cuál es la probabilidad de que, seleccionado un paciente al azar, tomara el placebo o no se curara?

**8. Estadística y Probabilidad:**

En una cadena de montaje, el tiempo empleado para realizar un determinado trabajo sigue una distribución normal de media 20 minutos y desviación típica 4 minutos. Calcule la probabilidad de que se haga ese trabajo en un tiempo comprendido entre 16 y 26 minutos.